

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Prof. Giovanni Masala – giugno 2025**



**Domanda 1 (punti 3, 6\*\*).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 3}} \cdot \log(x + 4)$$

Dominio	$E = (-4, 0] \cup (1, 2] \cup (3, +\infty)$
Positività	$P = (-3, 0) \cup (1, 2) \cup (3, +\infty)$
Intersezioni	$A(-3; 0) \quad B(0; 0) \quad C(2; 0)$

**Domanda 2 (punti 3, 6\*\*).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{16x^2 + 5x - 1} - \sqrt{16x^2 - 8x + 2})$  e  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 \cdot e^{x^3 - 1} - x^2}{x \cdot \log x}$

Soluzioni	$13/8; \quad 5$
-----------	-----------------

**Domanda 3 (punti 3, 6\*\*).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = x - \frac{6}{x} - 5 \log x$

Derivata prima	$f' = \frac{(x-2) \cdot (x-3)}{x^2} \quad E = (0, +\infty)$
Estremi	$M(2; -1 - 5 \log 2) \quad m(3; 1 - 5 \log 3)$ cresce in $(0, 2) \cup (3, +\infty)$

**Domanda 4 (punti 3, 6\*\*).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = e^x \cdot (x^2 - 9x + 22)$

Derivata prima	$f' = e^x \cdot (x^2 - 7x + 13) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = e^x \cdot (x^2 - 5x + 6)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(2; 8e^2); F_2(3; 4e^3)$ convessa in $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$

**Domanda 5 (punti 2, 6\*\*).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{3x^4 - 6x^3 - x^2 + 4x - 5}{(x^2 + x - 2) \cdot (x + 1)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-2, -1, 1\}$
As. verticali	$x = -2, x = -1$ e $x = 1$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3x - 12$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



### Domanda 6 (punti 3, 6\*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left( \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^3 \cdot e^{x/3} dx$$

Integrale definito	primitiva: $2\sqrt{x} - 4 \log(\sqrt{x} + 2)$ $2(1 - 2 \log 3 + 2 \log 2) \approx 0,3781$
Integrale indefinito	$3e^{x/3} \cdot (x^3 - 9x^2 + 54x - 162) + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x - 2y + 2z = 1 \\ x - 4y + k \cdot z = 4 \\ x + 6y + 2z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -3; 4/3$ : incompatibile $k \neq -3; 4/3$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{5k-36}{3k^2+5k-12}; y = \frac{2k^2-9k+6}{6k^2+10k-24}; z = \frac{16k-3}{3k^2+5k-12}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = -4x^2 - 2x \cdot y + 4x - y^2 + 4y + 1$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = 4x + y = 1$ .

Derivate parziali	$f_x = -8x - 2y + 4 \quad f_y = -2x - 2y + 4$
Estremi liberi	$M(0; 2) \quad z = 5 \quad H = 12$
Estremi vincolati	$M(-1/4; 2) \quad \lambda = 1/2 \quad z = 19/4$ $H = 24$

### Domande teoriche.

- 1) Il legame tra continuità e derivabilità con esempio (punti 2, 4\*)
- 2) Classificazione dei punti stazionari per funzioni ad una variabile (punti 2, 4\*)
- 3) Proprietà dell'integrale definito e regola di calcolo (punti 2, 4\*)

Punteggi solo II parte contrassegnati con \* (solo I parte con \*\*).